2. Rappresentazioni dei numeri

La scelta del numero 10 come base della nostra numerazione è dovuta a motivi di carattere culturale (contare con le mani, abbiamo 10 dita).
Per contare i numeri abbiamo bisogno di un supporto fisico nel quale sia possibile memorizzarli. Ad esempio una scala graduata consente di far corrispondere ad ogni tacca un numero ben preciso, dopo che è stata fissata un'opportuna unità di misura.
La numerazione decimale non è affatto comoda per l'elaboratore elettronico, essi infatti usano la numerazione binaria.
Oltre alla numerazione decimale e binaria si trovano spesso anche la numerazione a `base 8 e a base 16`. (ma anche a base 60).

I **Sistemi di numerazione** sono i sistemi utilizzati per esprimere dei numeri e possibilmente alcune operazioni che si possono effettuare su di essi. I numeri, a cominciare dai cosiddetti numeri naturali, fin dai tempi antichi si sono rivelati strumenti necessari per affrontare problemi di importanza fondamentale (contare, misurare, commerciare, amministrare, formulare e far rispettare leggi, sviluppare conoscenze scientifiche e tecniche, ...). quindi presso tutte le culture delle quali si conosce qualche forma di organizzazione sono state sviluppate notazioni numerali.

Per sistema di numerazione si intende un `insieme di simboli` di rappresentazione dei numeri e di `regole` per contare ed eseguire operazioni.

Per poter rappresentare tramite pochi simboli molti numeri, l'uomo ricorse a diversi mezzi pratici; a tal fine gli fu necessaria una "scala convenzionale" di simboli, che ora noi chiamiamo `"base"`, per rappresentare numeri sempre più grandi, evitando così sforzi di memoria o di rappresentazioni troppo complesse.

Nel corso della storia l'uomo ha usato diverse basi e tuttora sono in uso, o se ne trovano tracce, sistemi di base 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20 e 60.
Alla base dieci, che l'uomo primitivo ha scelto per ovvie ragioni antropomorfiche, sono state fatte diverse critiche a partire dal seicento e molti hanno proposto basi alternative da adottare. `Blaise Pascal`, che fu il primo a notare che un qualunque numero intero maggiore di 1 può essere usato come base, avrebbe scelto la base 12; E. Wiegel proponeva invece, a partire dal 1673, la base 4; il re Carlo XII di Svezia pensò, all'inizio del settecento, di introdurre la base 8 nel suo regno ecc.…

Sistema posizionale
I sistemi numerici che andremo a spiegare (a base 2, 8, 10 e 16) sono dei `sistemi numerici posizionali.`
Un sistema posizionale è un naturale e sistematico sviluppo del sistema moltiplicativo in cui viene usata una base fissa, dove il coefficiente è rappresentato dalla posizione della cifra nell'intera rappresentazione numerica.

Il concetto della rappresentazione dei numeri mediante un sistema posizionale, fu introdotto dagli arabi e permise di velocizzare tutta una serie di operazioni.
Un sistema posizionale è caratterizzato da una base o radice (r) e da un insieme di cifre $\{0, \ldots, r-1\}$, indicheremo con d_i la singola cifra.

Base → r
d_i → $\{0,1,\ldots,r-1\}$

In un sistema di rappresentazione posizionale, ogni numero è rappresentato da una sequenza di cifre $N = d_{n-1} \ldots d_2\ d_1\ d_0$
Ciascuna di queste cifre appartiene all'insieme proprio del sistema di numerazione.
Quando noi rappresentiamo, nel nostro sistema a base 10, ad esempio il numero 1232, per ottenere il valore effettivo sommiamo: 2 unità, 3 decine, 2 centinaia e 1 migliaio.
Tutto questo significa che all'ultima cifra "2", associamo un peso pari a 10^0 , alla penultima cifra "3" un peso pari a 10^1, un peso pari a 10^2 per la seconda cifra "2", ed infine un peso pari a 10^3 per la cifra "1".
Vengono chiamati posizionali infatti perché ad ogni cifra è associato un ben preciso peso che dipende dalla posizione della cifra all'interno del numero.
Da questa descrizione possiamo dedurre alcune regole generali:

In un sistema posizionale:

1. Viene assegnato un numero intero non negativo N;
2. Viene rappresentato come una sequenza di *n* simboli (cifre) d_i
   $N = d_{n-1} \ldots d_2\ d_1\ d_0$
3. Il valore effettivo si calcola:
   $d_{n-1} \times r^{n-1}\ d_{n-2} \times r^{n-2} + \ \ldots\ d_1 \times r^1\ d_0 \times r^0$

Vediamo ora in breve i sistemi numerici ottale ed esadecimale, per il sistema numerico binario dedichiamo un capitolo a parte.

Il sistema numerico ottale (spesso abbreviato come ott o oct) è un sistema numerico posizionale in base 8, cioè che utilizza solo 8 simboli (tipicamente 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) invece dei 10 del sistema numerico decimale usato comunemente.
I numeri ottali (insieme ai numeri binari ed esadecimali) vengono largamente utilizzati in diversi campi della scienza e della tecnica ed in particolare nell'informatica (dato che con tre cifre binarie rappresentiamo proprio una cifra ottale).

Il sistema numerico esadecimale (spesso abbreviato come esa o hex) è un sistema numerico posizionale in base 16, cioè che utilizza 16 simboli invece dei 10 del sistema numerico decimale tradizionale. Per l'esadecimale si usano in genere simboli da 0 a 9 e poi le lettere da A a F, per un totale di 16 simboli.
l sistema esadecimale è molto usato in informatica, per la sua relazione diretta tra una cifra esadecimale e quattro cifre binarie. È spesso usato come intermediario, oppure come sistema numerico a sé stante. Per esempio, è possibile esprimere un byte con esattamente due cifre esadecimali (invece che con 3 decimali, e lasciando gran parte dell'intervallo non utilizzato). È interessante, infatti, notare come ogni cifra esadecimale corrisponda a un Nibble, cioè a un numero binario di quattro cifre.